

## Wittgenstein e as teorias semânticas do *a priori* visual: *Observações Filosóficas*, cap. XVI & XX

Ludovic Soutif

FAPESP/USP

lsoutif@gmail.com

**resumo** Neste artigo, tentamos mostrar que um problema comum aos capítulos XVI e XX das *Observações filosóficas* é o da aplicabilidade dos conceitos e «proposições» da geometria à realidade física e perceptiva (visual, em particular), e que o modo pelo qual Wittgenstein aborda esse problema nessa obra difere radicalmente, a despeito de aparentes similitudes, daquele que caracteriza as teorias semânticas do *a priori* visual em termos de estipulações (notadamente, o de Carnap em 1922). O esclarecimento do estatuto dos enunciados sobre os objetos do espaço visual como regras de sintaxe e a abordagem do problema da aplicação de nossos conceitos geométricos à realidade perceptiva em termos de condições práticas de emprego permite a Wittgenstein dissolver, não sem alguma ambiguidade no vocabulário empregado, as falsas aparências ontológicas suscitadas pelas teorias que postulam a existência de um universo de discurso intermediário entre os corpos físicos e os números.

**palavras-chave** geometrias; interpretações semânticas; sintaxe; Wittgenstein; *Observações filosóficas*

Um dos traços mais notáveis das *Observações filosóficas*<sup>1</sup> é o fato de que a organização temática da obra não reflete necessariamente (ou mesmo esconde, por vezes) sua unidade problemática.<sup>2</sup> Um exemplo disso nos é fornecido por duas séries de observações, uma das quais remete evidentemente à geometria, ao espaço e ao estatuto das «proposições» que versam sobre os objetos respectivos desses dois espaços que são o espaço visual e o espaço físico, ao passo que a outra versa sobre a aplicação dos conceitos

Recebido em 7 de maio de 2008. Aceito em 15 de setembro de 2008.

Tradução: Bento Prado Neto.

doispontos, Curitiba, São Carlos, vol. 6, n. 1, p.13-34, abril, 2009

de medida (os conceitos de distância, de igualdade e de exatidão, por exemplo) em um campo que Wittgenstein caracterizou como «(campo do) puramente visual» (§208) em contraposição ao que resulta da introdução das inferências euclidianas nessa modalidade sensorial.

Ainda que essas duas séries de observações se apresentem, *prima facie*, como autônomas – elas constituem, respectivamente, o alvo dos capítulos XVI e XX –, não é difícil ver que elas estão intimamente interligadas e que o vínculo se dá pelo *problema da aplicação*, no sentido da relação semântica fundamental em virtude da qual a linguagem (todo sistema de sinais) pode representar a realidade.<sup>3</sup> Isso é particularmente nítido no capítulo XX, no qual Wittgenstein se pergunta, de um modo geral, se nossos conceitos comuns de medida podem ser aplicados sem contradição à experiência imediata reduzida exclusivamente à sua modalidade visual (cf., §210, 211), e também em que consiste, propriamente falando, a diferença entre essa aplicação e a aplicação dos mesmos conceitos ao espaço físico. Isso aparece de forma menos nítida no capítulo XVI, onde encontramos, entre outras coisas, uma distinção entre dois «tipos» de geometria (a geometria *do* espaço físico e aquela *do* espaço visual), distinção que vem acompanhada de uma clarificação do estatuto dos «enunciados» que versam sobre os «objetos» respectivos dos dois espaços. Não obstante, é claro que, no coração dessa distinção, encontramos novamente o problema da aplicação, uma vez que o que Wittgenstein chama de geometria física e geometria visual na verdade corresponde a duas *aplicações* distintas da palavra «geometria».<sup>4</sup>

Portanto, um dos problemas centrais comuns aos capítulos XVI e XX é o seguinte: se nossos conceitos de medida e as «proposições» nas quais eles compõem admitem diferentes aplicações, se há, em outras palavras, várias maneiras de *projetá-los* na realidade, como devemos nós compreender tanto essa diferença de aplicação quanto a relação entre essas diferentes aplicações possíveis?

O modo mais disseminado de colocar e de resolver o problema, na época em que Wittgenstein elabora as *Observações filosóficas*, consistia em fazê-lo em termos de interpretações semânticas dos termos não-interpretados do cálculo geométrico puro – i.é., em termos de estipulações. Tal é, pelo menos, o modo pelo qual os empiristas lógicos acreditaram poder colocar e resolver o problema da relação e da distinção entre o *a*

*priori* e o *a posteriori* na geometria, a geometria pura como ciência puramente dedutiva só se tornando uma teoria empírica do espaço pela atribuição de uma denotação especificamente física aos termos não-interpretados do cálculo matemático. Se aceitarmos esse modo de colocar o problema, então o da distinção e da relação entre a geometria física e a geometria visual torna-se ele próprio um problema concernente à relação entre duas interpretações semânticas possíveis, uma das quais (a geometria física) é pelo menos parcialmente *a posteriori*, ao passo que a outra (a geometria visual) permanece inteiramente *a priori*.

O uso que Wittgenstein faz de certa terminologia filosófica no início dos anos 1930 («a priori», «a posteriori», «interno», «externo») poderia facilmente dar a impressão de que ele adere a esse modo tipicamente neokantiano de colocar o problema. De onde a tentativa de fazer dele, ao lado do Carnap de *Der Raum*, um dos representantes das teorias semânticas do *a priori* visual para as quais haveria um universo de discurso intermediário entre os números e os objetos físicos, universo ao qual os conceitos e proposições da geometria visual (ou fenomenal) seriam imediatamente aplicáveis, sem por isso perder seu estatuto de proposições *a priori*.

No presente artigo, pretendemos mostrar que essa similitude é tão somente aparente, e que ela esconde, na verdade, uma diferença profunda com relação à maneira *gramatical* ou *sintática* de abordar o problema da aplicação dos conceitos e «enunciados» geométricos à experiência visual característica da abordagem de Wittgenstein nas *Observações filosóficas*.

## 1. Anti-cientificismo e simili-apriorismo

No §178 das *Observações filosóficas*, Wittgenstein propõe uma caracterização (na verdade, uma *elucidação* do estatuto) dos enunciados da geometria visual como regras de sintaxe. A geometria do espaço visual é, nos diz ele, «a sintaxe das proposições que tratam dos objetos no espaço visual» (WITTGENSTEIN, 1989, §178).

Essa caracterização chama a atenção pela dupla oposição de princípio que se encontra em sua base. Ela já se opõe, por princípio, aos projetos de construção de uma geometria fundada sobre as propriedades naturais das formas geométricas percebidas – na verdade, das figuras traçadas no papel

ou dos instrumentos que permitem traçá-las.<sup>5</sup> Hjelmslev chama de «geometria natural» ou «geometria do real» a essa geometria na qual «as coisas preservam suas propriedades naturais tais como são dadas na intuição (*Anschaung*)» (HJELMSLEV, 1923 p. 2). Seus axiomas têm o estatuto de autênticas proposições empíricas. Seu valor de verdade depende dos fatos geométricos percebidos que eles descrevem.<sup>6</sup> Para Wittgenstein, pelo contrário, «os axiomas de uma geometria [*qualquer que seja*: portanto, inclusive os de uma «geometria natural»] podem não conter nenhuma verdade» (WITTGENSTEIN, 1989, §177, p. 216; a observação entre colchetes é nossa). A construção de uma geometria que desvie ligeiramente dos axiomas da geometria euclidiana, como por exemplo a do campo visual, não poderia, segundo ele, ser justificada pelas propriedades de algum *fato* geométrico perceptivo desviante.<sup>7</sup>

Mas tal caracterização também se opõe por princípio a todas as tentativas ulteriores de determinação da estrutura topológica e métrica do espaço visual – de sua «geometria». Podemos pensar, em particular, nas experimentações em ótica levadas a cabo por Luneburg e Blank no final dos anos 1940 e ao longo dos anos 1950, com base numa teoria matemática da visão binocular.<sup>8</sup> Limitando, desde o início, suas investigações às geometrias riemannianas de curvatura constante, esses autores puderam estabelecer, por meio de experimentos, que o espaço de curvatura constante mais apropriado para o espaço visual é, na verdade, um espaço de tipo hiperbólico. Contrastando com isso, a posição de Wittgenstein a esse respeito poderia facilmente passar por um anti-cientificismo dogmático, uma vez que não poderia haver, a seu ver, experimentação geométrica que nos permitisse estabelecer o tipo de estrutura que o espaço visual possui: «No espaço visual, obviamente não há experimentação geométrica. Nisso reside, creio eu, o núcleo do mal-entendido acerca do *a priori* e do *a posteriori* na geometria» (WITTGENSTEIN, 1989, §178, p. 217–218).

Segundo Wittgenstein, quando procuramos estabelecer cientificamente o tipo de estrutura que o espaço visual possui (trata-se de um espaço de tipo euclidiano ou não-euclidiano, riemanniano, por exemplo?), somos na verdade vítimas de uma confusão entre dois tipos de investigação: uma investigação empírica (*a posteriori*) do tipo daquela que podemos levar a cabo acerca da estrutura do espaço físico graças a hipóte-

ses e experiências de medida, e uma investigação de tipo lógico ou gramatical (*a priori*, portanto), acerca da qual é impossível imaginar que ela possa nos permitir fazer uma descoberta qualquer acerca da estrutura do espaço em questão (o espaço visual). Essa posição, já característica das *Observações filosóficas*, será invariavelmente a de Wittgenstein ao longo dos anos 1930. Ela poderia ser considerada como característica do tipo de resposta que é geralmente oferecida pelos «filósofos do passado (*philosophers of past times*)» às questões que versam sobre a geometria do espaço visual, a saber, segundo P. Suppes, respostas fundadas em argumentos *a priori* e métodos *filosóficos* antes que em teorias matemáticas e investigações empíricas (SUPPES, 1977, p. 397). Essa posição anti-científica (em se tratando do espaço visual e de sua estrutura, pelo menos) é claramente defendida por Wittgenstein no *Big Typescript*. Diz ele:

A geometria de nosso campo visual nos é dada, o que significa que não é de modo algum necessário investigar fatos até agora escondidos para descobri-la. Essa investigação não é uma investigação no sentido de uma investigação física ou psicológica. E, no entanto, pode-se dizer que ainda não conhecemos essa geometria. Essa geometria é gramática e a [nossa] investigação, uma investigação gramatical. Pode-se dizer que essa geometria jaz abertamente diante de nós (como tudo que é lógico) por oposição à geometria prática do espaço físico. Ninguém pode nos ensinar a conhecer melhor nosso espaço visual. (...) [WITTGENSTEIN, 2005, §95, p. 323-4].

Tomada em si mesma, tal afirmação parece levar diretamente de um anti-cientificismo de princípio a uma espécie de apriorismo que seria como que sua contraparte positiva e sua consequência natural. Se a estrutura do campo visual não é algo que eu possa pretender «poder penetrar mais profundamente» para descobrir suas propriedades escondidas – tal é o título do §95 do *Big Typescript* –, parece que a explicação mais natural dessa «impenetrabilidade» deveria ser procurada do lado de uma teoria do *a priori* visual segundo a qual o espaço visual não seria ele próprio objeto de experiência, mas antes o quadro ou a forma pura de toda experiência possível.

Uma das dificuldades que são apresentadas por certos textos de Wittgenstein do final dos anos 1920 e do início dos anos 1930 sobre a

geometria do espaço visual diz respeito ao fato de que ele utiliza uma terminologia que poderia facilmente dar a impressão de que ele defende uma teoria neo-kantiana do *a priori* visual do tipo daquela que Carnap defende em seu texto de 1922, como se o espaço visual (ou intuitivo) devesse ser concebido, também para Wittgenstein, como a instanciación de uma estrutura relacional abstrata distinta de sua interpretação física (o espaço físico). Lê-se, ainda no §178 das *Observações filosóficas*:

Quase que se poderia falar de uma geometria externa e de uma geometria interna. O que se encontra ordenado no espaço visual se instala *a priori* nesse *tipo* de ordem, isto é, por sua natureza lógica, e a geometria é, aqui, simplesmente gramática. Aquilo que o físico correlaciona na geometria do espaço físico são leituras de instrumentos que, por sua natureza *interna*, não serão diferentes, quer vivamos num espaço físico plano ou esférico. O que significa que não é uma investigação das propriedades lógicas dessas leituras que leva o físico a fazer uma suposição quanto ao tipo do espaço físico, mas os fatos que foram lidos. A geometria do espaço físico, nesse sentido, tem a ver não com a possibilidade, mas com os fatos. Ela é confirmada por fatos; no sentido, efetivamente, de que uma *parte* de uma hipótese é confirmada.<sup>9</sup>

O alvo de Wittgenstein nesse texto é relativamente claro. Trata-se de marcar a diferença de escopo e de estatuto entre a geometria do espaço físico e aquilo que chamamos, certamente por analogia, de «geometria» do espaço visual. A geometria do espaço visual distingue-se, a seu ver, da do espaço físico por não visar *explicar* os fenômenos desse espaço por meio de hipóteses sobre sua estrutura. Trata-se simplesmente de «restituir», como o explica um texto paralelo dos *Ditados*, «os fenômenos desse espaço [o espaço visual] em sua estrutura própria, de nos esclarecer acerca daquilo que é *possível*» (WITTGENSTEIN, 1997, p. 266). Ela não é portanto uma «geometria» no sentido em que comumente se entende essa expressão, isto é, no sentido de que ela seria ou, pelo menos, poderia *tornar-se* uma parte de uma teoria física que poderia ser confirmada ou desmentida pela experiência. A geometria do espaço visual só trata de relações internas entre os processos da experiência visual ou, o que dá no mesmo, só trata da *ordem* dos fenômenos nesse espaço. Essa ordem é uma ordem *a priori* para Wittgenstein, o que significa que não se poderia esta-

belecer com base em hipóteses preditivas e experiências de medida (leituras de instrumentos) o tipo de estrutura que é a do espaço visual, ao contrário do que ocorre no caso do espaço físico. Cumpre observar, aliás, que Wittgenstein em momento algum especifica *qual é* a estrutura «topológica» (e, *a fortiori*, métrica) desse espaço. Sabe-se tão somente que o espaço visual *deve* ter tal estrutura (que as relações entre os fenômenos desse espaço se caracterizam por uma determinada forma de invariância<sup>10</sup>), sem que seja realmente possível estabelecer qual, dentre uma diversidade de estruturas matemáticas possíveis, poderia ser a do espaço visual. Esse tipo de descoberta está *a priori* excluído para Wittgenstein, e constitui uma impossibilidade lógica e não simplesmente prática ou empírica.

Em todo caso, a se levar em conta a terminologia empregada para marcar essa diferença de estatuto e de escopo entre as duas geometrias («interna» por oposição a «externa», «*a priori*» por oposição a «*a posteriori*»), é grande a tentação de interpretar essa distinção no contexto das teorias semânticas do *a priori* visual e do *a posteriori* físico desenvolvidas, mais ou menos na mesma época, por alguns empiristas lógicos – a começar por Carnap. Ao que parece, o modo mais natural de interpretar essa distinção consistiria em dizer que a geometria visual e a geometria física correspondem a duas *aplicações* possíveis da palavra «geometria» à realidade física ou perceptiva, no sentido em que constituiriam duas *interpretações* possíveis e não obstante distintas dos termos não-interpretados do cálculo geométrico puro. Uma seria *a priori* no sentido de que seus enunciados tratariam exclusivamente das relações topológicas internas entre os fenômenos do espaço visual, ele próprio concebido como uma interpretação semântica possível do espaço formal (o espaço matematicamente definido como variedade *n*-dimensional), ao passo que a outra seria parcialmente *a posteriori*, por tratar de relações externas factuais entre os corpos no seio do espaço físico. Essa interpretação é tanto mais tentadora que o próprio Wittgenstein explica essa diferença nos *Ditados* em termos de aplicações (*Anwendungen*) distintas da palavra geometria à realidade:

A palavra «geometria», aplicada à realidade (*angewandt auf die Wirklichkeit*) tem duas significações completamente diferentes: se por «espaço» eu entendo o espaço físico, nesse caso, a geometria, assim como a física, é uma hipótese; ela remete às experiências de medida. Se por «espaço» eu entendo o espaço visual, nesse caso, a geometria é a

gramática das palavras por meio das quais eu descrevo os fenômenos.  
 (...) [«Gesichtsraum», F10, WITTGENSTEIN, 1997, p. 266].

Mas, para ver o quanto o emprego desse tipo de conceito pode ser enganador, cumpre explicar o que caracteriza a abordagem *gramatical* do problema da aplicação. Antes disso, precisamos ver o que caracteriza o tipo de abordagem à qual ela se opõe, a saber, aquela que era corrente na filosofia da ciência e do conhecimento dos anos 1920, que retoma esse mesmo problema em termos de estipulações semânticas.

## 2. Interpretações semânticas e teorias do *a priori* visual: o neo-kantismo de Carnap

Sabe-se que a descoberta das geometrias não-euclidianas (em meados do século 19) e a da maior simplicidade e adequação empírica de uma versão da geometria riemanniana para a explicação do comportamento dos corpos da natureza na escala astronômica comprometeram seriamente a concepção kantiana da geometria como conhecimento sintético *a priori* do espaço e de suas propriedades. Se é possível construir outros sistemas axiomáticos tão consistentes quanto o sistema euclidiano a partir de uma negação qualquer do postulado das paralelas e se, além disso, alguns desses sistemas alternativos se verificam não apenas mais cômodos, mas verdadeiros acerca do espaço físico (como o mostraram as diferentes tentativas de confirmação empírica da teoria da relatividade geral), então não há nenhuma razão para admitir, com Kant, que os axiomas e postulados da geometria *euclidiana* expressam verdades *necessárias* e *a priori* acerca da estrutura desse espaço (o espaço físico). A aplicabilidade dos axiomas de uma geometria à realidade empírica só se torna um verdadeiro *problema epistemológico* a partir do momento em que se efetua uma separação nítida entre a geometria «pura», como simples exercício de lógica (dedutiva) e a geometria aplicada que resulta, de seu lado, de uma interpretação semântica conferida aos termos não-lógicos do cálculo geométrico puro. De fato, como o enfatiza Hempel:

(...) Pode-se dizer que a geometria física obtém-se graças àquilo que, na lógica contemporânea, chamamos uma interpretação semântica da



geometria pura. De modo geral, uma interpretação semântica de uma teoria matemática pura cujos (termos) primitivos não receberam nenhuma significação específica consiste em dar a cada (termo) primitivo (e, assim, indiretamente, a cada termo definido) uma significação específica ou um *designatum*. No caso da geometria física, essa significação é física (...) [HEMPEL, 1945, p. 13].

Tudo parece levar a crer, em todo caso, que essa maneira de formular o problema dá o golpe de misericórdia em qualquer tentativa de salvar a concepção kantiana da geometria. A alternativa é conhecida: ou a geometria é puro exercício de lógica, consistindo em derivar teoremas de postulados em virtude exclusivamente de sua forma lógica, e, nesse caso, não se vê o que nos autorizaria ainda a falar de uma verdade *expressa* por esses enunciados, mesmo que se trate de uma verdade necessária. De acordo com uma concepção da geometria pura (herdada de Hilbert), esta faz justamente abstração da significação dos termos primitivos e do valor de verdade de seus «enunciados» para se concentrar em suas relações lógicas de derivação no interior do sistema. Tais «enunciados» não podem, portanto, ter o estatuto de proposições, mas apenas o de funções proposicionais com argumentos variáveis como conceitos primitivos (cf. HEMPEL 1945, p. 12). Ou então a geometria é uma parte de uma teoria física, ela toma parte na explicação do movimento dos corpos da natureza ao conferir uma interpretação física aos termos não-lógicos do cálculo e, nesse caso, vê-se mal como o valor de verdade de seus enunciados poderia ser estabelecido a não ser por experimentações com base em hipóteses, a não ser, portanto, *a posteriori*.

Ao postular a existência de uma classe intermediária de juízos entre os juízos analíticos e sintéticos – os juízos sintéticos *a priori* – e ao fazer dos enunciados da geometria (euclidiana) um caso possível desse tipo de juízos, Kant não permite colocar o problema da aplicação. Este último só pode surgir verdadeiramente por meio do dilema que os empiristas lógicos contrapõem à sua concepção da geometria: ou a geometria pura, ou a geometria aplicada, mas nunca uma geometria que seja *ao mesmo tempo* pura e aplicada.<sup>11</sup>

Uma das dificuldades acarretadas por essa maneira de formular o problema reside no fato de que ela só permite refutar a concepção

kantiana sob a condição de admitir que os axiomas da geometria (de uma geometria qualquer) tornam-se proposições empíricas e contingentes em *todas* as interpretações semânticas possíveis dos termos não-lógicos do cálculo geométrico puro; ou, o que dá no mesmo, sob a condição de admitir que não existe *nenhuma* interpretação na qual os axiomas pudessem conservar o estatuto que Kant lhes confere, a saber, o de verdades *necessárias* e *a priori* (i.e., conhecidas independentemente da experiência). Se, pelo contrário, existe *pelo menos uma* interpretação na qual os enunciados da geometria pura podem se tornar autênticos enunciados sem perder esse estatuto, então não apenas a crítica dos empiristas lógicos erra seu alvo, mas a doutrina kantiana pode até mesmo ser alvo de uma salvação *parcial* mediante certos ajustes.<sup>12</sup>

O interesse de uma formulação do problema da aplicação em termos de *interpretação semântica* provém de ela permitir, entre outras coisas, considerar uma pluralidade de interpretações distintas correspondentes aos diferentes universos de discurso sobre os quais opera a quantificação das fórmulas não-interpretadas do cálculo puro. Ao especificar um universo de discurso, por exemplo o dos números naturais, especifica-se uma aplicação semântica possível dos termos primitivos e das relações sem que, por causa disso, essa interpretação venha a corresponder a um modo empírico de estabelecer o valor de verdade dos «enunciados» em questão – por meio de uma interpretação *a posteriori*, portanto. Nicod mostrou que os axiomas de uma geometria, qualquer que seja (geometria dos pontos ou dos volumes) admite não uma, mas várias «soluções» ou «interpretações». Essas interpretações são aquilo que ele chama, em sua terminologia, «sistemas de sentidos» (cf NICOD, 1962, p. 36). O único sistema de sentido que preserva, a seu ver, o caráter *a priori* da geometria pura é o dos números (NICOD, 1922, p. 875; NICOD, 1962, p. 36). Todas as outras soluções são soluções *a posteriori*, notadamente aquelas fundadas numa análise dos termos e das relações disponíveis na experiência sensível. Para Nicod, portanto, há realmente interpretações semânticas não-empíricas dos termos não-interpretados do cálculo geométrico puro (as interpretações autênticas), mas não interpretações sensórias que preservem o estatuto conferido por Kant aos juízos da geometria (euclidiana).

Para que uma salvação parcial da doutrina kantiana seja pura e simplesmente concebível, é portanto preciso supor não apenas que existe

pelo menos uma interpretação na qual as fórmulas do cálculo geométrico puro não se tornam proposições empíricas – que existe pelo menos uma interpretação na qual o valor de verdade das proposições assim obtidas seja cognoscível *independentemente* da experiência –, mas que os axiomas e teoremas dessa geometria se tornem, justamente sob essa interpretação, juízos ampliativos (sintéticos), isto é, juízos suscetíveis de aumentar nosso conhecimento do espaço e de suas propriedades pelo simples fato de que o predicado (por exemplo, «só tem três dimensões») acrescenta algo ao sujeito lógico («o espaço»).

Tal é a posição defendida por Carnap em sua dissertação doutoral de 1922 acerca dos axiomas da geometria formal aplicados à experiência visual. Ao mesmo tempo em que defende uma posição empirista e convencionalista sobre a maneira pela qual podemos conhecer a topologia e a métrica do espaço físico (mediante a escolha de uma determinada definição coordenativa da congruência), «o *parti-pris* neo-kantiano (que é o seu) nessa época se manifesta», como o observa com propriedade Grünbaum, «em sua interpretação epistemológica dos axiomas que regem a topologia do espaço *visual*» (GRÜNBAUM, 1963, p. 664). De modo mais preciso, Carnap desenvolve em 1922 uma teoria do espaço intuitivo (*Anschauungsraum*) que procura ajustar a concepção kantiana do espaço como forma pura da intuição à generalização, por Riemann, do conceito matemático de espaço como variedade (*Mannigfaltigkeit*) de  $n$  dimensões.<sup>13</sup> O espaço intuitivo é assim definido como a instanciação de uma estrutura relacional ordenada de  $n$  dimensões (o espaço formal) por atribuição de uma interpretação especificamente espacial e ao mesmo tempo puramente intuitiva (visual) dos termos não-interpretados do cálculo puro. Esse espaço corresponde a *uma* interpretação ou aplicação (*Anwendung*) possível do conceito matemático de espaço, que Carnap distingue daquela pela qual obtemos essa outra estrutura (topológica e métrica) que é o espaço físico. O espaço intuitivo obtém-se por *substituição* (*Einsetzung, Substitution*) dos termos e relações não-interpretados por objetos e relações espaço-intuitivos determinados (pontos, fragmentos de linhas, de superfícies ou de espaço, relações tais como *estar numa linha, em uma porção do espaço, cortar outra linha* – cf. CARNAP, 1922, p. 22), ao passo que o espaço físico é obtido por *subordinação* ou *subsunção* (*Unterordnung, Subsumtion*) de objetos e de relações empíricos sob uma forma pura que

é a do espaço intuitivo. Defrontamo-nos aqui, portanto, com duas aplicações, no sentido de duas interpretações semânticas diferentes do conceito formal de espaço que se caracterizam por níveis de generalidade diferentes. Mas, evidentemente, a estrutura topológica intuitiva obtida pelo primeiro tipo de aplicação (por substituição, portanto) mantém, em Carnap, o mesmo tipo de relação com o espaço físico que o espaço como forma pura do sentido externo mantém com os objetos do sentido externo em Kant:

A relação que E mantém com E' é aquela que espécies de estruturas com propriedades de ordem determinadas, mas com objetos indeterminados, mantêm com uma estrutura que possua essas mesmas propriedades, mas com objetos determinados, isto é, com figuras espaciais intuitivas (*der anschaulich räumlichen Gebilde*). A relação que E' mantém com E'' é aquela que uma forma da intuição mantém com uma estrutura dessa forma que é a dos objetos reais da experiência [cf. CARNAP, 1922, p. 61].

Mas Carnap não pára por aí. Se ele retoma de Kant a caracterização da geometria como conhecimento sintético *a priori*, restringindo-a ao universo de discurso dos objetos da percepção visual, a fonte desse conhecimento não reside apenas, para ele, no fato de que seja possível encontrar uma interpretação espaço-intuitiva dos termos e relações não-interpretados da geometria formal, mas também e sobretudo no fato de que essa intuição espacial seja suscetível de nos oferecer «de um só lance de olhos» certos traços universais exemplificados pelas configurações geométricas singulares percebidas. Carnap forja explicitamente sua concepção da intuição espacial com base no modelo da «intuição de essência» (*Wesenserschauung*) de Husserl (cf. CARNAP, 1922, p. 22-23; HUSSERL, 1950, §§3-4), de modo que sua própria defesa da concepção kantiana se revela, no final das contas, como uma reinterpretação em termos lógicos e fenomenológicos da idéia kantiana segundo a qual o espaço da intuição (visual, em particular) seria menos um objeto de experiência do que uma forma pura constitutiva de toda experiência possível.

Certamente, esta não é a única teoria possível do *a priori* visual<sup>14</sup>, mas é uma teoria que, pelo vocabulário que ela emprega e pelas oposições que ela mobiliza (*a priori/a posteriori*, estrutura de ordem/fatos empíricos),

apresenta certas semelhanças notáveis com o modo pelo qual Wittgenstein explica a diferença de escopo e de estatuto entre a geometria do espaço visual e a do espaço físico no §178 das *Observações filosóficas*.

Essas semelhanças lexicais são no entanto superficiais. Elas escondem na verdade uma diferença profunda entre, de um lado, o modo propriamente *gramatical* de abordar o problema da aplicação e das diferentes aplicações possíveis de nossos conceitos de medida, e, de outro, o modo de abordá-lo em termos de estipulações semânticas.

Uma boa maneira de apreender essa diferença consistiria em examinar as conseqüências, do ponto de vista semântico e ontológico, do estatuto conferido por Wittgenstein aos enunciados axiomas da geometria visual e à distinção entre aplicabilidade e não-aplicabilidade de nossos conceitos de medida à experiência visual.

### **3. A geometria visual como gramática: em direção a uma concepção austera da semântica e da ontologia dos juízos sobre a experiência visual**

Vimos que o vocabulário empregado por Wittgenstein para caracterizar a diferença de estatuto entre a geometria visual e a geometria física poderia dar a impressão de que ele defende uma posição anticientífica dogmática sobre a questão de saber de que tipo poderia ser a estrutura do espaço visual. E é isso que poderia eventualmente motivar uma tentativa de aproximação com uma teoria semântica neo-kantiana do *a priori* visual do tipo daquela defendida por Carnap em 1922.

Na verdade, a diferença entre a abordagem wittgensteiniana e a abordagem carnapiana do problema da relação entre o *a priori* e o *a posteriori* na geometria se manifesta no fato de que a primeira não conduz de modo algum, a despeito das aparências, a uma tomada de posição acerca da questão de saber se a estrutura do espaço visual pode ser estabelecida *a posteriori* (por meio de uma teoria matemática e de experimentações sobre o sujeito perceptivo<sup>15</sup>) ou *a priori* (substituindo os termos e relações não-interpretados do espaço formal por uma interpretação espaço-intuitiva determinada, como em Carnap), mas sim a ressaltar o risco de confusão que resulta da utilização de conceitos normalmente emprega-

dos na descrição dos procedimentos de decisão que nos permitem estabelecer o tipo de estrutura do espaço *físico* em um campo (o campo do «visual puro») no qual as condições de emprego significativo desse tipo de conceito não estão mais presentes.

Quando Wittgenstein diz, no trecho das *Observações* supracitado, que «naturalmente, não há experimentação geométrica no espaço visual», ele não está a formular, contrariamente ao que se poderia acreditar, uma *tese* filosófica sobre o caráter não-empírico ou não empiricamente determinável da estrutura desse espaço. Na verdade, ele não está fazendo nada além de indicar o risco de confusão vinculado ao emprego do conceito *físico* de experimentação em um campo no qual está totalmente fora de questão estabelecer as propriedades trigonométricas das formas geométricas percebidas por meio de operações de medida.<sup>16</sup> De fato, o que é que poderia, caso contrário, nos servir de critério da precisão dessas operações?

Suponhamos que se «descubra» efetivamente que determinadas figuras geométricas percebidas não têm as propriedades que são habitualmente as das figuras correspondentes na geometria euclidiana, que a tangente visual, por exemplo, não toque o círculo visual em um único ponto, mas em toda uma porção do círculo (é o exemplo de Protágoras e o de Wittgenstein no §217 – WITTGENSTEIN, 1989, p. 272), que a soma dos ângulos de um triângulo visual não seja igual a dois retos, ou ainda que não se possa distinguir a partir de um determinado limiar (perceptivo) entre um polígono de 100 lados e um círculo (WITTGENSTEIN, 1989, §211, p. 263-4), haveria, nesse caso, algum sentido em falar de uma tangente que *se aproxima* das propriedades da tangente na geometria euclidiana, de um triângulo *inexato* ou de uma figura que *se aproxima* das propriedades do círculo?

É justamente porque não há, no campo do visual puro, nenhum critério da exatidão ou da precisão à qual se poderia opor de modo significativo a inexatidão ou a imprecisão das figuras geométricas percebidas que não faz sentido falar de uma experimentação nesse campo, nem, portanto, de um método que permita decidir qual, dentre uma diversidade de estruturas matemáticas possíveis, poderia ser a do espaço visual.<sup>17</sup> O discurso sobre as relações «internas» entre os fenômenos desse espaço e sobre a ordem *a priori* dos fenômenos «no interior» desse espaço

não é, no fundo, senão um modo, bastante dispendioso do ponto de vista filosófico, de ressaltar a ausência de critérios de emprego significativo dos conceitos de medida e dos axiomas da geometria euclidiana quando estes são aplicados em um domínio no qual desaparecem suas condições normais de emprego. Filosoficamente dispendioso porque sugere, equivocadamente, que poderia existir algo como um segundo espaço, dotado de propriedades de estrutura (topológicas e métricas) diferentes das do espaço físico, e que uma investigação de tipo *filosófico* (quando não *empírica*) poderia nos permitir descobrir.<sup>18</sup>

É para evitar esse tipo de suposição e o dogmatismo filosófico em sua base que Wittgenstein introduz, no §178, sua própria caracterização da geometria do espaço visual em termos gramaticais ou sintáticos. Os axiomas dessa geometria não acrescem de modo algum nosso conhecimento das propriedades essenciais dos objetos da respectiva região ontológica porque os juízos correspondentes não são juízos sintéticos *a priori*, mas *regras* que determinam antes que descrevem a significação dos termos (primitivos) empregados para descrever o comportamento dos objetos «no interior» desse «espaço» – o espaço visual.

Se eu digo, por exemplo, que não se poderia nunca ver ou encontrar um círculo *exato* nesse espaço, mas apenas círculos que têm *aproximadamente* as propriedades do círculo tal como são definidas na geometria euclidiana, não explico, ao dizê-lo, nenhuma propriedade essencial dos objetos da região suscetível de ser descoberta filosoficamente: uma espécie de imprecisão absoluta ou em si dos objetos desse espaço.<sup>19</sup> Não faço mais que formular uma regra que vale para o emprego desse tipo de conceitos (os conceitos da medida) na descrição dos fenômenos desse espaço. A regra ela própria não descreve nada. Ela determina simplesmente aquilo que *vale como* descrição, *como* combinação de sinais dotada de sentido relativamente a essa seção da gramática de nossa linguagem.

A dificuldade reside simplesmente no fato de que a forma lingüística aparente desse tipo de enunciados (os axiomas da geometria visual) mascara o mais das vezes seu verdadeiro estatuto, de modo que aquilo que funciona como uma norma se mostra sob as aparências de uma verdadeira proposição. Se eu digo, por exemplo, que «não vejo nunca um círculo exato no campo visual», essa série de sinais parece descrever um fato negativo que exprimiria uma propriedade absoluta dos círculos

visualmente percebidos, ao passo que, na verdade, emprego nesse caso o conceito de exatidão sem contraste dotado de sentido, isto é, sem que seja possível invocar uma maior exatidão com relação à qual a aproximação da figura em questão poderia ser estabelecida. Para que esse enunciado tenha um sentido (e, portanto, um valor de verdade), seria preciso que sua negação também tivesse sentido. Seria preciso que um círculo mais exato fosse pura e simplesmente pensável e que, de um modo ou de outro, eu pudesse vê-lo. Ora, é precisamente o que nos falta no caso das figuras geométricas percebidas. Não dispomos de nenhum método empírico que permita estabelecer o grau de precisão da figura relativamente a um critério *perceptivo* da exatidão. Tal enunciado tem tão pouco *sentido* quanto um enunciado que «constata» a ausência de um certo traço em um campo sensorial que não é do «tipo» lógico ou sintático correto, e cuja negação funciona, na verdade, como uma norma de descrição dos objetos desse espaço:

Se tem sentido dizer: «nunca vejo um círculo exato», então isso quer dizer: um círculo mais exato é pensável no espaço visual. Se um círculo exato é impensável, então o enunciado: «nunca vejo um círculo exato no campo visual» deve ser do mesmo tipo que o enunciado: «nunca vejo dó sustentado no campo visual» [WITTGENSTEIN, 1989, § 213, p. 266].

As conseqüências dessa caracterização/elucidação do estatuto dos enunciados da geometria visual são significativas de um ponto de vista semântico e ontológico.

Já do ponto de vista semântico, o fato de que a maior parte de nossos enunciados que versam sobre as propriedades métricas e trigonométricas características das figuras geométricas percebidas não passam com sucesso no teste da negação significativa mostra que lidamos com determinações de sentido e não com juízos cujo valor de verdade poderia ser estabelecido *por referência a um universo de discurso intermediário* entre os números e os corpos físicos. Não é de modo algum necessário, segundo a abordagem sintática ou gramatical, postular a existência de um tal universo para dar conta da possibilidade ou da impossibilidade de aplicar os conceitos de medida à experiência visual. Basta, em princípio, descrever as condições de emprego desses conceitos, comparando-os com um



emprego considerado como paradigmático – seu emprego na língua física usual.<sup>20</sup> O único problema é que Wittgenstein freqüentemente procede, nas *Observações*, como se existisse um tal universo de discurso, um universo distinto do mundo físico e cujos habitantes exemplificariam as propriedades geométricas dos corpos físicos num *sentido* diferente daquele pelo qual estes últimos o fazem. Isso é especialmente notável no seguinte trecho:

Que o espaço visual não seja euclidiano é o que já mostra a ocorrência (*das Vorkommen*) de duas espécies diferentes de linhas e de pontos: vemos estrelas fixas como pontos, isto é, não podemos ver o contorno de uma estrela fixa, e a intersecção de duas fronteiras cromáticas (*Farbgrenzen*) é também um ponto em outro sentido; a mesma coisa vale para as linhas. É possível ver uma linha luminosa sem espessura, pois se assim não fosse eu deveria estar em condições de reconhecer sua intersecção como um quadrado ou, pelo, menos, os quatro pontos de intersecção dos contornos [WITTGENSTEIN, 1989, § 217, p. 272].

Mas, na verdade, a suposição da existência de outro tipo de objetos (pontos e linhas) que exemplificariam as mesmas propriedades geométricas em um outro universo (o dos *sense-data* visuais) é tão somente uma aparência ontológica produzida pelo discurso filosófico sobre a possibilidade de uma aplicação alternativa de nossos conceitos geométricos usuais. Nas *Observações*, esse tipo de discurso é freqüentemente mesclado com uma caracterização das diferenças semânticas ou ontológicas (entre dois universos de discurso ou entre dois tipos de objetos: o «corpo físico» e a «mancha») em termos especificamente gramaticais. Pois é a gramática que fixa em última instância a natureza dessas diferenças, ao determinar que combinações de sinais têm um sentido para tal ou tal «campo» de aplicação de nossos conceitos. A distinção entre «campos» de aplicação é, ela própria, uma distinção de ordem sintática ou gramatical. Ela não pressupõe de modo algum a existência de universos distintos como correlatos objetivos de diferentes classes de juízos. A aparente exuberância das *Observações* sob esse aspecto não deve nos fazer esquecer que o que caracteriza fundamentalmente a abordagem gramatical do problema da aplicação nessa obra é conceder uma atenção cada vez maior às circunstâncias *práticas* de emprego de nossos conceitos e à necessidade de descrever

rigorosamente essas práticas para responder à questão de saber se tal ou tal conceito (tal conceito físico de medida, por exemplo) pode ser aplicado ou não a um «campo» diferente daquele ao qual remetem paradigmaticamente aqueles que empregamos habitualmente – a saber, ao espaço físico (cf. WITTGENSTEIN, 1989, §57, p. 88). Apenas a descrição dessas práticas é capaz de nos fornecer, segundo Wittgenstein, uma resposta à questão do tipo de estrutura que caracteriza o espaço visual, e não uma *teoria* das diferentes interpretações semânticas possíveis do cálculo geométrico não-interpretado, como em determinadas teorias neo-kantianas do *a priori* visual: «Que proposições têm sentido para ela [*i.e.* para a estrutura do campo visual] e não quais são verdadeiras, eis propriamente o verdadeiro critério da estrutura. Procurar esse critério, tal é o método da filosofia» (WITTGENSTEIN, 1989, §206, p. 256).

<sup>1</sup> WITTGENSTEIN, 1989; as citações dos manuscritos e datiloscritos de Wittgenstein seguirão a codificação de Von Wright, como de costume.

<sup>2</sup> Esse traço só se torna verdadeiramente notável se estudarmos o Ts 209 em sua relação com suas fontes manuscritas.

<sup>3</sup> Cf., WITTGENSTEIN, 1989, §54, p. 85: «Por aplicação (*Anwendung*), entendo aquilo que pura e simplesmente faz das combinações sonoras ou marcas uma linguagem. No sentido em que é a aplicação que faz da régua graduada uma *régua de medida*. O ato de *apor* a linguagem à realidade.»

<sup>4</sup> Cf. «Espace visuel» [F10], in WITTGENSTEIN, 1997, p. 266. Cf., *infra*, nota 10.

<sup>5</sup> Para uma crítica da ambiguidade naturalista da construção de Hjelmslev, cf. WITTGENSTEIN, 1984a, p. 56-57; WAISMANN, 1965, p. 49.

<sup>6</sup> HJELMSLEV 1923 p. 6: «Todos os axiomas devem enunciar verdades empíricas ou, pelo menos: nenhum axioma deve enunciar algo de empiricamente não-verdadeiro.»

<sup>7</sup> A mais clara formulação dessa posição comparece em WITTGENSTEIN, 1984b, I, §96, *Werkausgabe*, Bd. 6, p. 72.

<sup>8</sup> Cf. LUNEBURG, 1947; 1948; 1950, p. 627-642; BLANK, 1953, p. 717-727; 1957, p. 154-169; 1958, p. 328-334.

<sup>9</sup> WITTGENSTEIN, 1989, p. 217. Fonte manuscrita: Ms 108, 95 (26 de fevereiro de 1930).

<sup>10</sup> Em termos mais especificamente matemáticos, que as relações topológicas entre os pontos da variedade visual permaneçam bem definidas sob essas transformações que preservam sua multiplicidade, ainda que não a sua métrica. Esse ponto havia sido estabelecido por Brouwer

em um artigo de 1912 intitulado: «Über Abbildung der Mannigfaltigkeiten», *Mathematische Annalen*, 71 (4), Berlin/Heidelberg, Springer. Wittgenstein certamente não o desconhecia, como o observa com muita propriedade D. Hyder em HYDER, 2002, p. 159.

<sup>11</sup> Ver, a esse respeito, DÜRING 2005, p. 197-214.

<sup>12</sup> Barker sugere um modo de defender parcialmente a concepção kantiana da geometria que preserva as propriedades atribuídas por Kant a seus postulados e teoremas – eles são todos *verdadeiros*, sua verdade pode ser conhecida *a priori* e eles são proposições *sintéticas*. Para tanto, é preciso mostrar que há uma interpretação física dos termos primitivos (em especial, do termo «reto (*straight*)») na qual é plausível que os princípios da geometria *euclidiana* conservem essas diferentes propriedades, sob a condição de levar igualmente em conta a influência da força gravitacional para explicar os fenômenos de contração e de desvio característicos da estrutura do espaço físico. No entanto, isso só é uma defesa *parcial*, uma vez que Barker não considera, ao contrário de Kant, que a abordagem euclidiana seja a *única* interpretação legítima da geometria pura. Ver BARKER, 1992.

<sup>13</sup> Ver, em particular, CARNAP, 1922, p. 67, e o comentário de M. Friedman em FRIEDMAN, 1999, p. 49-50.

<sup>14</sup> Uma outra teoria do *a priori* visual livre das ambiguidades lógico-psicológicas das teorias kantiana e neo-kantianas é defendida, aproximadamente na mesma época, por H. Reichenbach em REICHENBACH, 1928, especialmente §§8, 10 e 11. Segundo Reichenbach, se a visualização (*Anschaulichkeit*) pode desempenhar o papel que ela tem em Kant (a saber, justificar a preeminência da geometria euclidiana na qualidade de geometria naturalmente adaptada à estrutura de nosso espírito), é porque a função reprodutiva da imaginação visual arremata ou completa sua função normativa e só extrai sua força coercitiva da *lógica*, isto é, das relações lógicas entre os enunciados do sistema «encarnadas» pela figura geométrica percebida ou desenhada. Reichenbach, sob esse aspecto, está muito mais próximo de Wittgenstein do que o Carnap de 1922.

<sup>15</sup> Para uma descrição dos diferentes métodos matematico-empíricos de determinação da estrutura do espaço visual, ver SUPPES 1977, p. 397-403.

<sup>16</sup> WITTGENSTEIN 1989, §178: «Comparar o trabalho com uma máquina de calcular e a medida de figuras geométricas. Ao medir, fazemos nós uma experiência ou ocorre o mesmo que no caso da máquina de calcular, onde apenas constatamos relações internas, e onde o resultado físico de nossas operações não prova nada ?». Cf., também, WITTGENSTEIN 2005, §95, p. 324.

<sup>17</sup> WITTGENSTEIN, 1989, §212: «Dizer, por exemplo, que nunca vemos um verdadeiro círculo, mas sempre um círculo aproximado, eis o que tem um sentido aceitável, irrepreensível, caso isso queira dizer que sempre podemos descobrir inexactidões em um corpo que parece circular, por pouco que ele seja medido exatamente ou que seja visto numa lente de aumento. Mas, esse sentido, nós o perdemos assim que no lugar do corpo circular nós colocamos o dado imediato, a mancha ou algo do gênero, pouco importa como se quiser chamá-lo.»

<sup>18</sup> É ainda o que supõe o Carnap de 1922 influenciado por Husserl. O conceito de «intuição de essência» é um conceito tipicamente *filosófico* que atribui ao sujeito perceptivo uma capacidade *sobrenatural* de descobrir as propriedades de essência de uma região *através* da percepção

sensível de figuras geométricas singulares. O método que nos permite fazer esse tipo de descoberta (o das variações eidéticas) é igualmente um método puramente filosófico. O modelo permanece a concepção husserliana da geometria como ciência eidética regional em HUSSERL, 1950, §9 e 72.

<sup>19</sup> WITTGENSTEIN, 1989, §211, p. 263: «(...) não como acessório ou confuso em si, mas sim como acessório e confuso com relação a nossos meios de representação.»

<sup>20</sup> WITTGENSTEIN, 1989, § 213, p.266: «Nós precisávamos de novos conceitos, e retomamos incessantemente os da linguagem da física”.

### Referências bibliográficas

BARKER, S. 1992. «Kant's View of Geometry: A Partial Defense», in C. J. Posy ed., *Kant's Philosophy of Mathematics: Modern Essays*, Reidel: Kluwer Academic Publishers, p. 221-243.

BLANK, A. A. 1953. «The Luneburg Theory of Binocular Visual Space», *Journal of the Optical Society of America*, 43.

\_\_\_\_\_, 1957. «The Geometry of Vision», *British Journal of Physiological Optics*, 14, p. 154-169.

\_\_\_\_\_, 1958. «Axiomatics of Binocular Vision: The Foundations of Metric Geometry in Relation to Space Perception», *Journal of the Optical Society of America*, 48.

BROUWER, L. E. J. 1912. «Über Abbildung der Mannigfaltigkeiten», *Mathematische Annalen*, 71 (4), Berlin/Heidelberg: Springer.

CARNAP, R. 1922. *Der Raum. Ein Beitrag zur Wissenschaftslehre*, Kant-Studien, Ergänzungsheft, Nr 56.

DÜRING, E. 2005. «Ni “pure”, ni “appliquée”: les usages de la géométrie chez Wittgenstein et Poincaré», *Revue de Métaphysique et de Morale*, 2, abril-junho 2005, número especial sobre *Wittgenstein et les sciences* organizado por C. Chauviré.

FRIEDMAN, M. 1999. *Reconsidering Logical Positivism*, Cambridge: Cambridge University Press.

- GRÜNBAUM, A. 1963. «Carnap's Views on the Foundations of Geometry», in P.A. Schilpp ed., *The Philosophy of Rudolf Carnap*, The Library of Living Philosophers, vol. XI, La Salle (Ill.): Open Court.
- HEMPEL, C. 1945. «Geometry and Empirical Science», *American Mathematical Monthly*, 52.
- HJELMSLEV, J. 1923. «Die natürliche Geometrie», *Abhandlungen aus dem mathematischen Seminars der hamburgischen Universität*, 2.
- HUSSERL, E. 1950. *Idées directrices pour une phénoménologie et une philosophie phénoménologique pures* (1913), tomo I, tr. fr. P. Ricoeur, Paris: Gallimard.
- HYDER, D. 2002. *The Mechanics of Meaning: Propositional Content and the Logical Space of Wittgenstein's Tractatus*, Berlin: Walter de Gruyter.
- LUNEBURG, R. K. 1947. *Mathematical Analysis of Binocular Vision*, Princeton: Princeton University Press.
- \_\_\_\_\_, 1948. «Metric Methods in Binocular Visual Perception», in *Studies and Essays*, New York: Interscience.
- \_\_\_\_\_, 1950. «The Metric of Binocular Visual Space», *Journal of the Optical Society of America*, 40.
- NICOD, J. 1922. «Mathematical Logic and the Foundations of Mathematics», *Encyclopaedia Britannica*, 11th ed.
- \_\_\_\_\_, 1962. *La géométrie dans le monde sensible*, Paris: P.U.F., 1962 [1ª edição: 1924]
- REICHENBACH, H. 1928. *Philosophie der Raum-Zeit Lehre*, Berlin & Leipzig: Walter de Gruyter, 1928
- SUPPES, P. 1977. «Is Visual Space Euclidean?», *Synthese*, 35.
- WAISMANN, F. 1965. *The Principles of Linguistic Philosophy*, 2nd Edition, London: MacMillan
- WITTGENSTEIN, L. 1984a. *Ludwig Wittgenstein und der Wiener Kreis, Werkausgabe*, Bd. 3, Frankfurt/Main: Suhrkamp.

\_\_\_\_\_, 1984b. *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*, I, *Werkausgabe*, Bd. 6, Frankfurt/Main: Suhrkamp.

\_\_\_\_\_, 1989. *Philosophische Bemerkungen*, *Werkausgabe*, Bd. 2, Frankfurt/Main: Suhrkamp.

\_\_\_\_\_, 1997 *Dictées de Wittgenstein à Waismann et pour Schlick*, vol. I, A. Soulez ed., Paris: P.U.F.

\_\_\_\_\_, 2000. *Wittgenstein's Nachlass. The Bergen Electronic Edition*. Oxford: O.U.P.

\_\_\_\_\_, 2005. *The Big Typescript: TS 213*, German-English Scholars' Edition, Oxford: Blackwell